Sedmo predavanje: Najzanimivejše kombinatorične igre, 30.3.2016

Matematiki so najprej analizirali *posamezne igre*. Pomemben napredek pri preučevanju iger so dosegli, ko so začeli preučevati *družine iger* in jih začeli medsebojno primerjati.

Klasična matematična teorija iger preučuje *ekonomske igre* (in igre v biologiji). Pri njih navadno igralci vlečejo poteze simultano (torej ne da bi vedeli, kaj bo v danem položaju storil nasprotnik). Izkupiček igralcev je določen s t.i. *plačilno matriko*, kombinacija odločitev igralcev določi vrednost v plačilni matriki, ki jo moraigralec *B* plačati igralcu *A*. Vsak od igralcev izbira med končno mnogo opcijami z določeno verjetnostjo, pri čemer skuša optimizirati svoj iztržek.

Novejša teorija preučuje različne *kombinatorične igre*. Večinoma gre za igre z dvema igralcema (ki ju imenujemo Levi in Desni), ki izmenično vlečeta poteze, in ki imata vselej popolno informacijo o položaju igre, pri izboru potez pa ne uporabljata nobenih slučajnih pripomočkov (kart, kock, itd.). Pri t.i. *normalni igri* je zmagovalec tisti, ki ima na voljo zadnjo potezo (igre, kjer je zmagovalec tisti, ki povleče predzadnjo potezo, so mnogo težje).

Novih iger se najlažje naučimo tako, da jih igramo. Vendar smo lahko pri tem uspešnejši, če poznamo vsaj nekaj osnovnih strategij ter nekaj osnovnih pojmov in rezultatov kombinatorične teorije iger.

Leve opcijeG^L dane igre *G* (oziroma pozicije) so igre (oziroma pozicije), ki so iz nje dosegljive Levemu, *desne opcije*G^R pa tiste, ki so dosegljive Desnemu.

Matematiki so najprej preučevali *nepristranske igre* (kot sta npr. KRIŽCI IN KROGCI, kjer imata oba igralca v vsakem položaju na voljo enake opcije, $G^L = G^R$), kasneje pa tudi splošnejše (kot npr. DOMINEERING, kjer prvi postavlja na desko navpične, drugi pa vodoravne domine).

Glede na to, kdo v igri zmaga, če oba igralca vlečeta najboljše poteze, sodi vsaka kombinatorična igra v natanko enega od štirih možnih *razredov iger*:

pozitivne igre, oznaka G >0*, sodijo v razred L* (zmaga levi) in

negativne igre, oznaka G >0, sodijo v *razred R* (zmaga desni).

ničelne igre, oznaka G = 0*, sodijo v razred P* (zmaga tisti, ki ni na potezi),

fuzzy igre, oznaka G ‖ 0,sodijo v *razred N* (zmaga tisti, ki je na potezi).

Če se pozicije v igri ne morejo ponoviti, se da potek kombinatorične igre predstaviti z *drevesom igre* (sicer pa z grafom, v katerem nastopajo tudi cikli). Vsako vozlišče ustreza določenemu položaju igre.

Vsi *listi drevesa* so igre tipa *P*. Razred izidov vsake igre se da rekurzivno določiti glede na razrede izidov njenih levih in desnih opcij (po posebnem pravilu). Tako lahko po vrsti označimo vsa vozlišča drevesa igre (vse njene položaje) in nazadnje ugotovimo, v katerem razredu je dana igra *G*!

Napoved osmega predavanja: 6.4.2016, 16.15-17-45, UP FAMNIT Pošta

Jurij Kovič: O številih in igrah

Povzetek: Med igrami in števili matematiki dolgo niso prepoznali neposredne zveze. Kombinatorična teorija iger, ki se je razvila v 20. stoletju, je pripomogla ne samo k boljšemu razumevanju mnogih starih in novih iger, ampak tudi k odkritju elegantne konstrukcije realnih števil in infinitezimalov.