3. predavanje: Euler in teorija števil

Predstavili smo življenje in delo enega Leonharda Eulerja (1707-1783), enega redkih univerzalnih matematikov, ter osvetlili razloge njegove izjemne uspešnosti in ustvarjalnosti. Ti so bili srečna kombinacija izjemnih sposobnosti, osebnostnih lastnosti in zunanjih okoliščin.

Euler je pustil svoj pečat na različnih področjih matematike, kot so: teorija števil, logaritmi, neskončne vrste, analitična teorija števil, kompleksna števila, algebra, geometrija, kombnatorika.

Njegova Opera omnia (Zbrana dela) obsegajo kar 80 zvezkov, od tega jih je 29 posvečenih matematiki, 31 mehaniki in astronomiji, 12 fiziki, 8 zvezkov pa je njegove korespondence.

Njegovo izjemno obsežno in navdihujoče delo, ki matematike inspirira še danes, je smiselno pregledovati po področjih.

Tokrat smo si podrobneje ogledali Eulerjev prispevek na področju teorije števil, med katere začetnike lahko štejemo Pitagoro, Evklida in Diofanta, razmahnila pa se je prav po tem, ko je k njej odločilno prispeval Euler.

Teorija števil v Eulerjevem času ni bila med najbolj priljubljenimi vejami matematike, tako kot ne tudi stoletje prej, ko se je z njo resneje ukvarjal le Fermat, ki pa mnogih svojih hipotez ni dokazal. Euler je dokazal precej Fermatovih trditev, v raziskovanje teorije števil pa je vpeljal tudi analitične metode (rodovne funkcije, formalne potenčne vrste, spretno je uporabljal tudi neskončne vsote in neskončne produkte).

Dokazal je, da je Evklidov kriterij oziroma zadostni pogoj za to, da je neko (sodo) število popolno (torej vsota vseh svojih pravih deliteljev), tudi potreben. Glede možnosti obstoja lihih popolnih števil (ki še do danes ni rešeno), je izjavil, da gre za zelo težak problem.

Vpeljal je mnoge pojme iz teorije kongruenc (npr. primitivni koren, indeks, potenca po modulu m) in dokazal marsikateri klasičen rezultat, kot je npr. Wilsonov izrek, mali Fermatov izrek, veliki Fermatov izrek za eksponenta n = 3 in 4.

Formuliral je kvadratni reciprocitetni zakon (ki ga je strogo dokazal šele Gauss). Ukvarjal se je tudi s teorijo verižnih ulomkov in s problemi diofantske analize.

Pokazal je (kar je trdil že Fermat), da se da vsako praštevilo oblike 4n + 1 zapisati v obliki vsote dveh kvadratov, in še več, da je tako izrazljivo na en sam način. Omenili smo, kako se te njegove raziskave dotikajo slavne Goldbachove domneve, po kateri se da vsako sodo število, večje od 2, zapisati kot vsoto dveh praštevil.